UNIVERSIDADE ESTADUAL VALE DO ACARAÚ
Coordenação de Matemática - 2ª Avaliação - Álgebra Matricial - 16/03/2015
Professor: Márcio Nascimento
Estudante:

1. (2,0) Classifique cada afirmação como verdadeira ou falsa. **Justifique** cada resposta.

   (a) Sejam A e B matrizes diagonais de ordem $n \times n$. Então $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

   (b) Se A e B são matrizes tais que $A.B$ e $B.A$ existem, então $A.B = B.A$

   (c) Se $A_{n\times n}, B_{n\times n}$ são matrizes hermitianas, então AB é hermitiana.

   (d) Se A é não singular, então $(A^2)^{-1} = (A^{-1})^2$.

2. (2,0) Encontre a inversa da matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. (2,0) Seja $U = A + i.B$ uma matriz hermitiana, onde $A, B \in \mathbb{R}^{n\times n}$. Mostre que A é simétrica e que B é antissimétrica.

4. (2,0) Sejam $\alpha \in \mathbb{C}^*$ e A uma matriz não singular. Mostre que $(\alpha.A)^{-1} = \dfrac{1}{\alpha}.A^{-1}$.

5. (1,0) Sejam A, B, C matrizes quadradas de ordem $n \times n$. Mostre que $(A.B.C)^* = C^*.B^*.A^*$

6. (2,0) Uma matriz é dita **idempotente** quando $A^2 = A$.

   (a) Se A é uma matriz quadrada e idempotente, pode-se dizer que $A^n = A$? Justifique.

   (b) Se A é uma matriz simétrica e idempotente, mostre que a matriz $(I - A)$ também é simétrica e idempotente, onde I é a matriz identidade de mesma ordem que A.