UNIVERSIDADE ESTADUAL VALE DO ACARAÚ
Coordenação de Matemática - 2ª Avaliação - Álgebra Matricial - 16/06/2014 - ✠
Professor: Márcio Nascimento
Estudante:

1. Classifique cada afirmação como verdadeira ou falsa. **Justifique** cada resposta.
   (a) (1,0) Sejam A e B matrizes de mesma ordem. Então $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.
   (b) (1,0) Se A e B são matrizes diagonais e de mesma ordem, então $AB = BA$.
   (c) (1,0) Se A é uma matriz quadrada, então $A + A^T$ é uma matriz simétrica.
   (d) (1,0) Se $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ é uma matriz hermitiana, então A é simétrica.
2. (2,0) Seja $U = A + i.B$ uma matriz hermitiana, onde $A, B \in \mathbb{R}^{n\times n}$. Mostre que A é simétrica e que B é antissimétrica.
3. (1,0) Sejam $A_{n\times n}$ e $B_{n\times n}$ matrizes não singulares. Mostre que $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
4. (1,0) Sejam $\alpha \in \mathbb{C}^*$ e A uma matriz não singular. Mostre que $(\alpha.A)^{-1} = \frac{1}{\alpha}.A^{-1}$.
5. (1,0) Um sistema S tem número de equações igual ao número de variáveis, digamos, 8. Sua solução geral é
$$X = \alpha_1.h_1 + \alpha_2.h_2 + \alpha_3.h_3 + p$$
   onde h_1, h_2, h_3 e p são matrizes colunas (não nulas) de ordem 8×1 e $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ variando em $\mathbb{C}$. Existe inversa para a matriz dos coeficientes de S? **Justifique**.
6. (2,0) Encontre a inversa da matriz:
$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$
7. (1,0) Sem fazer contas, explique por quê a matriz
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$
   é não singular.
8. (1,0) Dê exemplo de uma matriz $A_{2\times 2}$ tal que $A^2 = -I_2$.
9. (1,0) A forma escalonada reduzida de uma matriz $A_{5\times 5}$ apresentou uma **coluna** da seguinte forma: $[1\ 1\ 0\ 0\ 0]^T$. A é não singular? Justifique.