# Álgebra de Pares Ordenados

Matemática Básica III - 2019.2

Universidade Estadual Vale do Acaraú
Centro de Ciências Exatas e Tecnologia
Curso de Licenciatura em Matemática
Prof. Márcio Nascimento

17 de setembro de 2019

# Sumário

# Plano Cartesiano

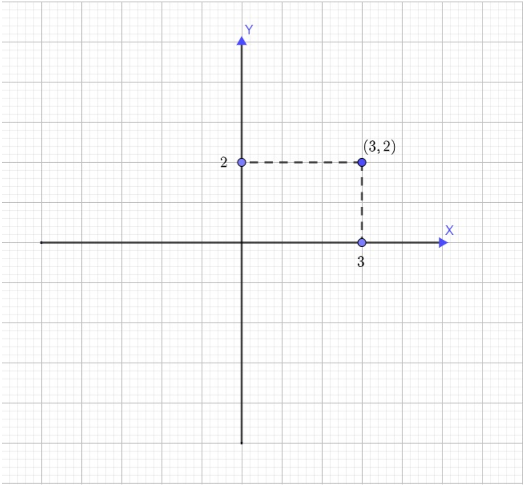


Figura: Representação geométrica de $\mathbb{R}^2$: o Plano Cartesiano.

## Sistema de coordenadas

- $\mathbb{R}^2 = \{(x, y) \; ; \; x, y \in \mathbb{R}\}$: conjunto dos pares ordenados de números reais.
- Sistema de coordenadas no plano: duas retas orientadas e não coincidentes cuja interseção é chamada **origem**.
- Também chamado de *Sistemas de Coordenadas Retangulares* ou *Sistema de Coordenadas Cartesianas*.
- Cada ponto do plano está associado a úm único par ordenado e vice-versa.


RENÉ DE KART
SAMA

# Adição em $\mathbb{R}^2$

$$\boxed{(a,b),(c,d) \in \mathbb{R}^2 \Longrightarrow (a,b)+(c,d) = (a+c, b+d)}$$

Propriedades:

- **Associatividade:** Sejam $(a,b),(c,d),(e,f) \in \mathbb{R}^2$. Então:

$$[(a,b)+(c,d)]+(e,f) = (a,b)+[(c,d)+(e,f)]$$

- **Comutatividade:** Sejam $(a,b),(c,d) \in \mathbb{R}^2$. Então:

$$(a,b)+(c,d) = (c,d)+(a,b)$$

- **Elemento Neutro Aditivo:** Se $(a,b) \in \mathbb{R}^2$, então existe $(a_0,b_0) \in \mathbb{R}^2$ tal que $(a,b)+(a_0,b_0) = (a,b)$. Quem é $(a_0,b_0)$?
- **Elemento Simétrico:** Se $(a,b) \in \mathbb{R}^2$, então existe $(c,d) \in \mathbb{R}^2$ tal que $(a,b)+(c,d) = (0,0)$. Quem é $(c,d)$?
- $(-a,-b)$: *inverso aditivo* ou *oposto* de $(a,b)$

# Subtração

A partir da existência do Elemento Simétrico definimos a **Subtração** entre dois elementos de $\mathbb{R}^2$:

Dados $(a, b), (c, d) \in \mathbb{R}^2$, temos

$$(a, b) - (c, d) = (a, b) + (-c, -d) = (a - c, b - d)$$

# Multiplicação em $\mathbb{R}^2$

$$\boxed{(a,b),(c,d) \in \mathbb{R}^2 \Longrightarrow (a,b).(c,d) = (ac - bd, ad + bc)}$$

Propriedades:

- **Associatividade:** Sejam $(a,b),(c,d),(e,f) \in \mathbb{R}^2$. Então:
$$[(a,b).(c,d)].(e,f) = (a,b).[(c,d).(e,f)]$$
- **Comutatividade:** Sejam $(a,b),(c,d) \in \mathbb{R}^2$. Então:
$$(a,b).(c,d) = (c,d).(a,b)$$
- **Elemento Neutro Multiplicativo:** Se $(a,b) \in \mathbb{R}^2$, então existe $(a_1,b_1) \in \mathbb{R}^2$ tal que $(a,b).(a_1,b_1) = (a,b)$.
Quem é $(a_1,b_1)$?.
- **Inverso Multiplicativo:** Se $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ e $(a,b) \neq (0,0)$, então existe $(c,d) \in \mathbb{R}^2$ tal que $(a,b).(c,d) = (1,0)$.
Quem é $(c,d)$?.

# Exemplo

Dados os pares ordenados $z_1 = (2, 3)$ e $z_2 = (-3, 1)$, calcule

- O inverso multiplicativo de $z_2$.
- Realize o produto $z_1.z_2^{-1}$.

# Divisão em $\mathbb{R}^2$

Como no caso da subtração, podemos definir a **divisão** de pares ordenados a partir da multiplicação.

Dados $(a, b), (c, d) \in \mathbb{R}^2$, temos

$$\frac{(a, b)}{(c, d)} = (a, b).(c, d)^{-1}$$