

UNIVERSIDADE ESTADUAL VALE DO ACARAÚ

Curso de Matemática

2ª Avaliação - Álgebra Matricial - 26/08/2015

Estudante:

1. (2,0) Classifique cada afirmação como verdadeira ou falsa. **Justifique** cada resposta.

(a) Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz diagonal. Então $A^n = [(a_{ij})^n]$ para todo n inteiro e maior do que 1.

(b) A transposta de uma matriz hermitiana, é hermitiana.

(c) Seja A é uma matriz simétrica. Então A é não singular.

(d) A matriz identidade de ordem 3×3 é simultaneamente simétrica, hermitiana e anti-hermitiana.

2. (2,0) Encontre a inversa da matriz:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

3. (2,0) Seja $U = A + i.B$ uma matriz anti-hermitiana, onde $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Mostre que A é anti-simétrica e que B é simétrica.

4. (3,0) Considere a matriz identidade de ordem 3×3 .

(a) Se $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$, determine $(A.I_{*1})$, $(A.I_{*2})$ e $(A.I_{*3})$.

(b) Se $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$, determine $(I_{1*}^T.A)$, $(I_{2*}^T.A)$ e $(I_{3*}^T.A)$.

(c) Generalize: Se I é a matriz identidade de ordem $n \times n$ e $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ é uma matriz qualquer, diga o que significa

$$A.I_{*k} \quad \text{e} \quad I_{k*}^T.A$$

onde k é um número inteiro entre 1 e n .

5. (2,0) Uma matriz $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ é dita **nilpotente** quando existe um inteiro positivo k tal que $A^k = [0]_{n \times n}$. O menor inteiro para qual isso acontece é chamado **nilpotência de A** .

(a) O que se pode dizer sobre a nilpotência de uma matriz diagonal na qual todos os elementos da diagonal principal são não nulos?

(b) Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e encontre sua nilpotência.