Avaliação Parcial - Álgebra Matricial - 2017.2

Estudante:

2ª AP - Matrizes

21. **(1,0)** Sejam $u = (x_1, y_1)$ e $v = (x_2, y_2)$ dois vetores no plano. A matriz A de ordem 2×2 tem em suas colunas as coordenadas dos vetores u e v. Se u e v são paralelos, qual o posto de A?

22. **(1,0)** Uma matriz tem ordem $n \times n$. Na sua primeira linha, todos os elementos são iguais a 1. Na segunda linha, o último elemento é 2, e os demais iguais a 1. Na terceira linha, os três últimos elementos são iguais a 3, e os demais iguais a 1. Usando este mesmo raciocínio até a última linha, o que se pode dizer sobre a inversa desta matriz?

23. **(1,0)** Considere a matriz da questão **37**. Desconsidere a quinta linha e a quinta coluna. Calcule a inversa.

24. Responda os itens abaixo usando o posto da matriz como argumento:

    (a) **(0,5)** Se A possui inversa, então A^T possui inversa???

    (b) **(0,5)**Se $A_1, A_2, \ldots, A_k$ são matrizes não singulares, todas de ordem $n \times n$, então o produto $A_1.A_2.\cdots.A_k$ é não singular???

25. **(1,0)** Sejam A, B, C matrizes não singulares e de mesma ordem $n \times n$. Sendo $X = B^{-1}.C^T.(2A)$, determine Y de modo que $X.Y = 2.I$.

3ª AP - Determninantes

31. **(1,0)** Seja A uma matriz quadrada com duas linhas iguais. Explique porquê o seu determinante é nulo.

32. **(1,0)** Um sistema tem número de equações igual ao número de variáveis. Explique a relação entre (i) Solução do sistema, (ii) Posto da Matriz dos Coeficientes, (iii) Determinante da matriz dos coeficientes.

33. **(1,0)** Um sistema tem 5 variáveis e 3 equações. Para usar o conceito de determinantes na resolução deste sistema, um estudante resolveu acrescentar mais duas equações ao sistema:

$$0.x + 0.y + 0.z + 0.w + 0.t = 0$$

    O novo sistema, agora com 5 variáveis e também 5 equações, terá exatamente as mesmas soluções do sistema original? Por quê?

34. **(1,0)** Uma matriz M tem ordem $n \times n$. Cada elemento de sua diagonal **secundária** é igual a 1. Os demais elementos são todos nulos. Qual o determinante de M?

35. Sejam A e B duas matrizes não singulares de ordem $n \times n$. O **Teorema de Binet** garante que $\det(A.B) = \det A. \det B$.

    (a) **(1,0)** Seja X uma matriz cujo determinante é igual a d. Mostre que $\det(X^k) = d^k$ onde k é um número inteiro.

    (b) **(0,5)** Sendo $\det A_{n\times n} = 2$ e $\det B_{n\times n} = -4$, encontre

$$\frac{\det 2A. \det 3B^3}{\det(A^{-1}.B^T)}$$

36. **(1,0)** Seja A uma matriz de ordem $n\times n$. Mostre que $\det(k.A) = k^n. \det A$.

37. **(1,0)** Um estudante confundiu o conceito de determinantes. Ele achou que $det(A)$ fosse o produto de TODOS os elementos da matriz A. Com esta confusão, em que condições uma matriz seria não singular considerando-se apenas o seu determinante?

37. Dada a matriz M abaixo,

    (a) **(2,0)** Calcule o determinante da matriz abaixo, onde: $abc.def.ghi$: seu telefone; jk sua idade; $xyzw$: ano de seu nascimento; pq: mês do seu nascimento; rs: dia de seu nascimento; Se você é solteira(o), use $\alpha = 0$. Caso contrário, use $\alpha = 1$.

    (b)**(0,5)** Qual a solução do sistema $MX =$**0**? Justifique.

    (c) **(0,5)**Qual o determinante da Matriz M^{-1}? Justifique.

$$M = \begin{bmatrix} a & 0 & b & c & d \\ e & f & g & h & 1 \\ i & j & k & x & y \\ 0 & z & p & s & q \\ r & s & 0 & \alpha & -1 \end{bmatrix}$$