Avaliação Parcial - Álgebra Matricial

Estudante:

2ª AP - Matrizes

1. **(2,0)** Verdadeiro ou falso? Justifique:

   (a) Se A e B são de ordem $n \times n$, então $\left(\overline{A}.B\right)^* = B^*.A^T$

   (b) Seja $Z = A + iB$ onde $A, B \in \mathbb{R}^{n\times n}$. Se Z é anti-hermitiana, então A é antissimétrica e B é simétrica.

2. **(1,0)** Sejam $A_1, A_2, ..., A_n$ n matrizes não-singulares. Mostre que o produto $X = A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_n$ é não singular e exiba uma expressão para X^{-1}.

3. Seja $y = 5x - 4$ a equação de uma reta.

   (a) **(0,5)** Considere os pontos $(x_A, y_A) = (1, 1)$, $(x_B, y_B) = (2, 6)$ e $(x_C, y_C) = (-1, -9)$. Verifique que tais pontos pertencem à reta y.

   (b) **(1,0)** Considerando os pontos dados no item (a), seja $M = \begin{bmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1. \end{bmatrix}$. Mostre que $posto(M^T) < 3$.

   (c) **(0,5)** Escolha dois pontos pertencentes à reta y e um terceiro ponto **não pertencente** à esta reta. Coloque suas coordenadas na matriz M dada no item (b) e veja o que acontece com o posto de M^T.

   (d) **(1,0)** Use a relação $y_P = 5x_P - 4$ na matriz M para explicar o que acontece com o posto de M^T quando três pontos são colineares.

4. **(2,0)** Calcule a inversa da matriz abaixo, onde $abc.def.ghi - jk$ representa o número do seu CPF.

$$M = \begin{bmatrix} a & b & c & 0 \\ d & e & 0 & f \\ g & 0 & h & i \\ j & k & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

3ª AP - Determninantes

1. Verdadeiro ou falso? Justifique:

   (a) **(1,0)** Seja A uma matriz quadrada. Então $\det(A^n) = (\det A)^n$.

   (b) **(0,5)** A matriz $X_{n\times n}$ tem as diagonais principal e secundária formadas somente por 1. Os demais elementos da matriz são nulos. Então $det X = 0$.

   (c) **(0,5)** A *nulidade* de uma matriz é a diferença $n - r$ onde n é o número de linhas e r o seu posto. Uma matriz quadrada é não singular se sua nulidade for igual a zero.

   (d) **(1,0)** Se uma matriz antissimétrica tem um número ímpar de linhas, então ela é singular.

2. **(1,0)**Explique por quê o determinante de uma matriz é diferente de zero se, e somente se, seu posto é máximo.

3. **(2,0)** Se o determinante da matriz $X_{n\times n}$ é igual a $\alpha \neq 0$, qual o valor do determinante da matriz X^k, onde k é um inteiro positivo?

4. **(2,0)** Explique por quê não existe uma matriz X tal que $X^2 = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$.

5. **(2,0)** Calcule o determinante da matriz abaixo, onde: $abc.def.ghi - jk$: seu CPF; $xyzw$: ano de seu nascimento; pq: dia do seu nascimento; rs: mês de seu nascimento; Se você é mulher, use $\alpha = 1$. Caso contrário, use $\alpha = -1$.

   $\beta = a + c + e$, $\gamma = f - h$, $\theta = y - w$ e $\xi = \alpha + \gamma$.

$$M = \begin{bmatrix} a & b & c & d & e \\ f & g & h & i & j \\ k & x & y & z & w \\ p & q & r & s & 1 \\ \alpha & \beta & \gamma & \theta & \xi \end{bmatrix}$$