2ª Avaliação Parcial - Álgebra Matricial - 2017.2

Estudante:

Para alguns itens a seguir, será necessário usar o número de seu telefone (DDD + 9 dígitos). Coloque nos espaços abaixo:

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k

1. Sejam A e B duas matrizes não singulares e de mesma ordem.

   (a) (1,0) Mostre que se $(AB).X = I$, então $X = B^{-1}.A^{-1}$

   (b) (1,0) Mostre que o produto $A.B$ também é não singular e que $(AB)^{-1} = B^{-1}.A^{-1}$.

   (c) (1,0) Suponha que ambas têm posto máximo. Qual o posto do produto $A.B$? Justifique.

2. Seja M uma matriz não singular.

   (a) (1,0) Mostre que se $M^T.X = I$, então X é igual a transposta da inversa de M.

   (b) (1,0) Mostre que $(M^{-1})^T = (M^T)^{-1}$

   (c) (1,0) Se M é simétrica, mostre que a inversa de M também é simétrica.

   (d) (1,0) Mostre que $(M^{-1})^* = (M^*)^{-1}$ e que quando M é hermitiana, M^{-1} também é hermitiana.

3. Dada a matriz:

$$A = \begin{bmatrix} a & 1 & b & 2 \\ c & 3 & d & e \\ 4 & f & -1 & 0 \\ h & i & j & k \end{bmatrix}$$

   (a) (1,0) Determine o posto de A.

   (b) (0,5) Seja X uma matriz coluna de ordem 4×1. Quantas são as possibilidades para os elementos de X de modo que $AX = [0]_{4\times 1}$?

   (c) (0,5) A matriz A possui inversa? Justifique.

   (d) (1,0) Se a matriz possuir inversa, determine A^{-1}. Caso contrário, determine as colunas não básicas de A em função das colunas básicas.

4. Seja A uma matriz diagonal cujos elementos da diagonal principal são $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$, todos não nulos.

   (a) (1,0) Explique por quê A é inversível.

   (b) (1,0) Mostre que A^{-1} também é uma matriz diagonal e determine os elementos de sua diagonal principal.

5. Seja M uma matriz não singular.

   (a) (1,0) Mostre que $(\beta.M)^{-1} = \dfrac{1}{\beta}.M^{-1}$ onde β é um número real não nulo.

   (b) (1,0) Sendo M antissimétrica, é verdade que a inversa de M também é antissimétrica?