

3ª Avaliação Parcial - Álgebra Matricial - 2018.1

Estudante:

Matrizes

21. (a) **(0,5)** Se A possui inversa, então uma forma escalonada de A possui quantas linhas nulas?

(b) **(0,5)** Usando o item anterior, explique porquê A^T possui inversa sempre que A possui inversa.

(c) **(0,5)** Considere a reta $y = 2x$ e a matriz $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$. Sejam (a_{11}, a_{12}) e (a_{21}, a_{22}) dois pontos sobre a reta dada. Qual o posto de A ?

(d) **(0,5)** Sejam A, B, C matrizes não singulares e de mesma ordem $n \times n$. Sendo $X = C^{-1} \cdot B \cdot (2A^T)$, determine Y de modo que $X \cdot Y = 3 \cdot I$.

22. **(2,0)** Uma matriz tem ordem $n \times n$. Na sua primeira linha, todos os elementos são iguais a 1. Na segunda linha, o primeiro elemento é 2, e os demais iguais a 1. Na terceira linha, os dois primeiros elementos são iguais a 3, e os demais iguais a 1. Usando este mesmo raciocínio até a última linha, o que se pode dizer sobre a inversa desta matriz?

23. **(2,0)** Considere a matriz da questão 35. Desconsidere a quinta linha e a quinta coluna. Calcule a inversa.

Determinantes

31. **(1,0)** Seja A uma matriz quadrada com duas colunas proporcionais. Explique porquê o seu determinante é nulo.

32. Um sistema tem n equações, n variáveis e única solução.

(a) **(1,0)** Qual o posto da **matriz ampliada**? E da **matriz dos coeficientes**?

(b) **(1,0)** O que se pode dizer sobre o determinante da matriz dos coeficientes?

33. **(1,0)** Uma matriz M tem ordem $n \times n$. Cada elemento de sua diagonal **secundária** é igual a 1. Os demais elementos são todos nulos. Qual o determinante de M ?

34. **(2,0)** Sejam A e B duas matrizes não singulares de ordem $n \times n$. Sendo $\det A_{n \times n} = 2$ e $\det B_{n \times n} = -4$, encontre

$$\frac{\det 2A \cdot \det 3B^3}{\det(A^{-1} \cdot B^T)}$$

35. Dada a matriz M abaixo,

(a) **(2,0)** Calcule o seu determinante sabendo que:

- $abc.def.ghi$: seu telefone;
- jk sua idade;
- Se você é mulher, use $m = 0$. Caso contrário, use $m = 1$.

(b) **(1,0)** O sistema $MX = 0$ tem quantas soluções? Justifique.

(c) **(1,0)** Qual o determinante da Matriz M^{-1} ? Justifique.

$$M = \begin{bmatrix} a & 0 & b & 0 & c \\ 1 & d & 1 & e & 1 \\ 2 & f & -1 & g & 1 \\ h & 1 & -1 & i & j \\ -1 & k & 0 & m & -1 \end{bmatrix}$$